renziali esatti quante sono le dimensioni, se non si abbia -^-=0. Lo spazio vi = cost. è dunque uno di quelli che RIEMANN denomina *piani* (II, § i), e nei quali rientrano il piano e lo spazio ordinario, definiti dalle forinole

$$ds — ydx^2 \text{ -j- } dy^2, \qquad ds = ydx* \text{ -j~ } dy^2 \text{ -j- } d\hat{}^2 .$$

Ora l'equazione n = cost. ammette una molto semplice interpretazione, dietro quanto precede. Il punto all'infinito sull'asse delle x_n ha per coordinate

«/• „— ,y — ... — v — n v — *n*
%! -- x_2 ----- --- $x_{n\sim i}$ --- u 9 x_n --- a >

e quindi l'equazione (13) diventa per esso

•«-*« v -r
-------^- = *k e* ,

dove *V* = — . Dunque
a ^

R

epperò l'equazione vj = cost. equivale a quest'altra p = cost. , donde si conclude (poiché è arbitraria la direzione dell'asse delle xj che lo spazio ad *n* — i dimensioni 7] = cost. non è altro che una delle trajettorie ortogonali di tutte le geodetiche convergenti verso uno stesso punto all'infinito, -cioè di un sistema di geodetiche *parallele* fra loro. Reciprocamente ciascuna di queste trajettorie ortogonali ha in ogni punto la curvatura nulla., epperò due qualunque di esse (appartenenti o meno al medesimo sistema) sono sovrapponigli l'una all'altra in tutti i modi possibili.

Introducendo nella (21) la variabile p al posto della TI, si ha l'altra forma equivalente

Si è già veduto che il complesso di « — i equazioni lineari fra le coordinate #j , x_2 ^ ... x_n rappresenta una linea geodetica. Vediamo cosa rappresenti, più' in generale, il complesso di *n* — *m* equazioni lineari.

Supponendo dedotte da queste equazioni le espressioni di *n* — *m* coordinate in funzione delle rimanenti *m,* riesce manifesto che il numero dei parametri indipendenti contenuti in un tal sistema è *(m* -j- i) *(n — ni).* Si immagini ora che tutte le *n* coordinate x_{l9} $x_{2)}$ ... x_n vengano espresse linearmente in funzione di *m* variabili u_l , u_2 , . . . u_m . Queste espressioni comprendono fra tutte *(m* -j- i)w parametri, ma se si assoggettano